

SORU 1: Düzlemde bir kutupsal koordinat sisteminde $A(-2, 40^\circ)$ ve $B(2, 120^\circ)$ noktalarının bu sistemdeki yerlerini belirleyiniz. (5 puan)

SORU 2: Küresel koordinatlarda verilen $P(2, \frac{\pi}{4}, \frac{7\pi}{4})$ noktasının Kartezyen koordinatlarını bulunuz. (15 puan)

SORU 3: $x - 2y + 3 = 0$ ve $2x - y + 1 = 0$ doğruları arasındaki açığı bulunuz. (10 puan)

SORU 4: $d_1 \dots \dots \begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2 - t \\ z = 1 + 3t \end{cases}$ ve $d_2 \dots \dots \frac{x}{-2} = \frac{y}{2} = \frac{z}{-6} = t$ doğrularının birbirlerine

göre durumunu irdeleyiniz. (10 puan)

SORU 5: $A(1, 0, 0)$ noktası ve $d \dots \dots \frac{x}{1} = \frac{y}{2} = \frac{z}{3} = t$ doğrusunun belirttiği düzlemi bulunuz. (15 puan)

SORU 6: $P_1 \dots \dots x - y + z + 1 = 0$
 $P_2 \dots \dots 2x - 2y - 2z + 2 = 0$ düzlemlerinin birbirlerine göre durumunu inceleyiniz.
 $P_3 \dots \dots 3x - 3y + 3z - 1 = 0$
 (10 puan)

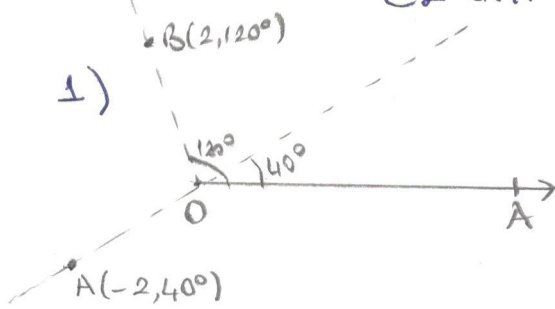
SORU 7 : $d_1 \dots \dots \begin{cases} x = t \\ y = 2t - 1 \\ z = t + 2 \end{cases}$ doğrusu ve $P \dots \dots x + y + z + 1 = 0$ düzlemi arasındaki açığı bulunuz. (10 puan)

SORU 8 : $0 \neq a, b \in \mathbb{R}$ için $ax + by = 0$ düzleminin konumunu belirleyiniz. (15 puan)

SORU 9 : $A(1, 2, 3)$ noktasının x eksenine ve yoz düzlemine göre simetriği olan noktayı yazınız. (10 puan)

Not: Süre 120 dakikadır.

CEVAP ANAHTARI



2)

$$P\left(2, \frac{\pi}{4}, \frac{7\pi}{4}\right)$$

$$\begin{cases} x = r \cos \alpha \sin \beta \\ y = r \sin \alpha \sin \beta \\ z = r \cos \beta \end{cases}$$

$$\Rightarrow x = 2 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} \left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right) = -1, \quad y = 2 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} \left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right) = -1, \quad z = 2 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = \sqrt{2}$$

$$\Rightarrow P(-1, -1, \sqrt{2})$$

3) $x - 2y + 3 = 0 \Rightarrow m_1 = \frac{1}{2}$, $2x - y + 1 = 0 \Rightarrow m_2 = 2$.

Doğrular arasındaki açı α olsun.

$$\Rightarrow \tan \alpha = \frac{m_1 - m_2}{1 + m_1 \cdot m_2} = \frac{2 - \frac{1}{2}}{1 + 1} = \frac{3}{4}$$

$$\Rightarrow \alpha = \arctan\left(\frac{3}{4}\right)$$

4) $\vec{v}_1 = (1, -1, 3)$, $\vec{v}_2 = (-2, 2, -6)$ olup $\vec{v}_2 = -2\vec{v}_1$ olduğundan doğrular ya kesişir ya da paraleldir.

$t=0$ için $A(1, 2, 1) \in d_1$ olup $A \notin d_2$ olduğundan d_1 ve d_2 paraleldir.

5) $t=0$ için $B(0, 0, 0) \in d$ ve $t=1$ için $C(1, 2, 3) \in d$ olup A, B ve C den geçen düzlemin denklemini bulacağız:

$$\vec{AB} = (-1, 0, 0), \quad \vec{AC} = (0, 2, 3)$$

$$\vec{AB} \wedge \vec{AC} = \begin{vmatrix} \vec{e}_1 & \vec{e}_2 & \vec{e}_3 \\ -1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 3 \end{vmatrix} = (0, 3, -2) = \vec{n} \Rightarrow P \dots 3y - 2z + d = 0$$

AEP olduğundan $d=0$ olur.

$$\Rightarrow P \dots 3y - 2z = 0 \text{ bulunur.}$$

6) P_1 ve P_3 için $\frac{1}{3} = \frac{1}{3} = \frac{1}{3} \neq -1$ olup $P_1 \parallel P_3$ olur.

P_1 ve P_2 için $\frac{1}{2} = \frac{1}{2} \neq -\frac{1}{2}$ olup P_1, P_2 yi keser.

O halde P_1 ve P_3 paralel olup P_2 bunları keser.

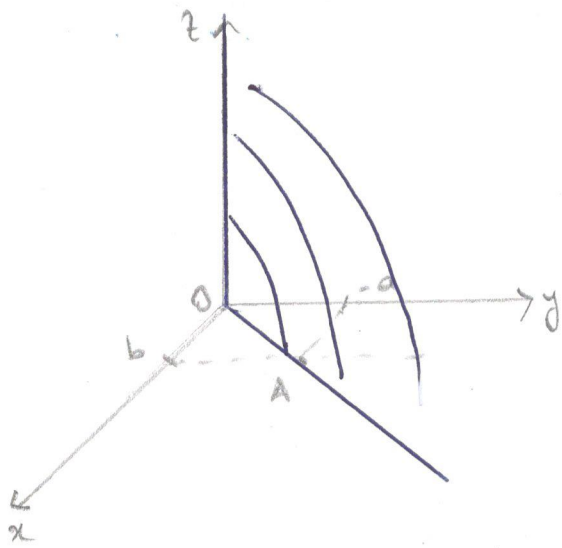
7) $\vec{v} = (1, 2, 1)$, $\vec{n} = (1, 1, 1)$ olup doğru ile düzlem arasındaki açı α ise \vec{v} ile \vec{n} arasındaki açı $\frac{\pi}{2} - \alpha$ dir.

$$\Rightarrow \langle \vec{v}, \vec{n} \rangle = \|\vec{v}\| \cdot \|\vec{n}\| \cdot \cos\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right)$$

$$\Rightarrow 4 = \sqrt{6} \cdot \sqrt{3} \cdot \sin \alpha \Rightarrow \sin \alpha = \frac{4}{3\sqrt{2}} \Rightarrow \alpha = \arcsin\left(\frac{4}{3\sqrt{2}}\right)$$

8) Düzlemin normali $\vec{n} = (a, b, 0)$ olup $\vec{n} \perp \vec{e}_z$ dir. O halde z eksenini ya düzlemin içindedir ya da düzleme paraleldir. z eksenine ait bir nokta $(0, 0, 0)$ olup $O \in P$ olduğundan z eksenini düzlemin içindedir. P nin 1 koordinat düzlemleriyle arakesit doğrularını bulalım:

yz ve xoz düzlemleriyle arakesitimi z eksenini olduğu anlıyoruz. xy düzlemi ile arakesit doğrusunu bulalım:



$$d \dots \begin{cases} ax + by = 0 \\ z = 0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow d \dots \begin{cases} x = t \\ y = -\frac{a}{b}t \\ z = 0 \end{cases}$$

$t=0$ için $O(0,0,0) \in d$, $t=b$ için $A(b, -a, 0) \in d$

9) x eksenine göre $(1, -2, -3)$

yz düzlemine göre $(-1, 2, 3)$